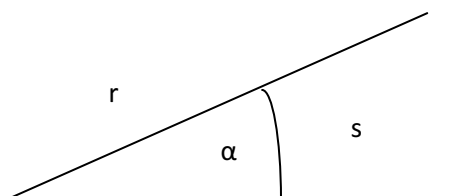


10 – RUCH JEDNOSTAJNY PO OKRĘGU

Miara łukowa kąta



$$\alpha = \frac{s}{r} \quad \text{jednostka } \mathbf{radian} \quad [1rad = 1 \frac{m}{m} = 1]$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$\alpha = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$90^\circ = \pi/2 \text{ rad}$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$1 \text{ rad} = x^\circ$$

$$x = \frac{180}{\pi} \approx 57,3^\circ \approx 57^\circ 18'$$

Ruch jednostajny punktu materialnego po okręgu

Prędkość kątowna

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

$$\omega = \frac{\text{kąt}}{\text{czas}}$$

$$\text{jednostka} \left[1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] = \left[1 \frac{1}{\text{s}} \right]$$

nazwa jednostki

wymiar

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

T – okres, czyli czas wykonania jednego obrotu

f – częstotliwość $f = \frac{1}{T}$ jednostka $[1Hz = 1 \frac{1}{s}]$

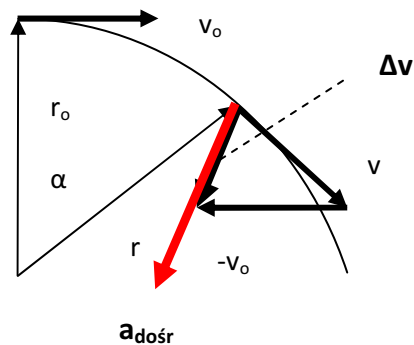
Prędkość kątowna i częstotliwość to oczywiście nie to samo, chociaż wymiar ich jednostek jest taki sam.

Prędkość liniowa

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$$

Prędkość w każdym wypadku ruchu krzywoliniowego jest zawsze styczna do toru.

Przyspieszenie dośrodkowe



$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \omega^2 r$$

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2 f^2 r$$

Kąt jaki tworzy Δv z promieniem jest połową kąta α . Dla $t \rightarrow 0$ dąży on do zera także. Przyspieszenie ma zawsze zwrot zgodny z Δv , więc do środka okręgu. Stąd nazwa przyspieszenie dośrodkowe.

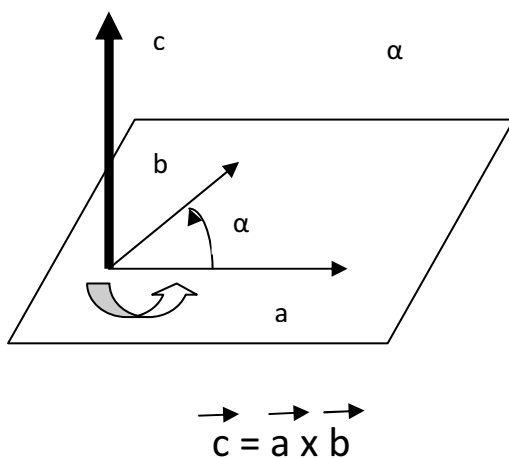
Siła dośrodkowa

Jak każda siła jest wyrażona z II zasady dynamiki Newtona wzorem $F=ma$

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} mr = 4\pi^2 f^2 mr$$

W praktyce mamy do czynienia z siłą bezwładności, tzw. siłą odśrodkową.

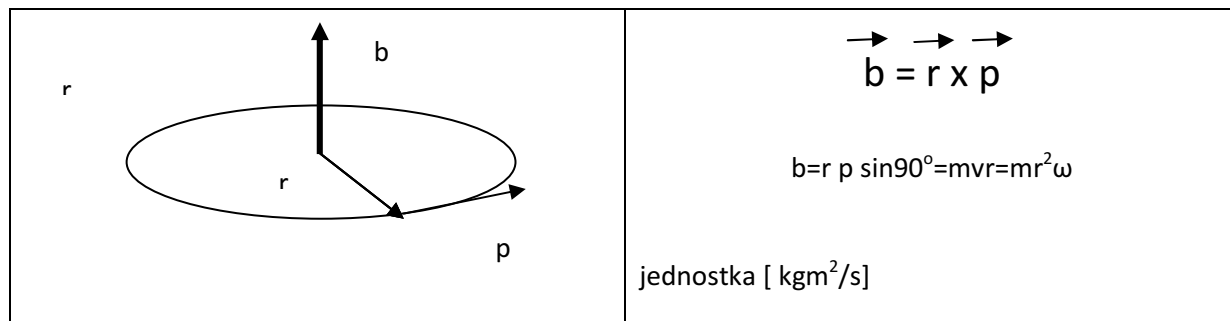
Iloczyn wektorowy



Wektor c ma:

- punkt przyłożenia, gdzie punkty przyłożenia wektorów a i b
- kierunek prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez wektory a i b
- zwrot wynikający z reguły śruby prawoskrętnej (śrubę wkręcamy prostopadle do płaszczyzny, w prawo i tak, by wkręcać zgodnie z kątem skierowanym od a do b)
- wartość $c = ab \sin \alpha$

Moment pędu



Zasada zachowania momentu pędu

Jeżeli na ciało lub układ ciał w ruchu obrotowym nie działają żadne momenty sił lub wypadkowy moment siły jest równy zeru, to moment pędu ciała lub układu ciał jest stały.

ZADANIA

Zadanie 1

Ile obrotów na minutę wykonuje koło rowerowe o średnicy $d=65\text{cm}$, jeśli rower jedzie z prędkością 18km/h ?

Odp: 146,9

Zadanie 2

Na płycie długogrającej winylowej starego adapteru wykonującej $33 \frac{1}{3}$ obrotów na minutę, w odległości $r=10\text{ cm}$ leży koralik o masie $m=1\text{g}$. Oblicz okres ruchu płyty i siłę odśrodkową bezwładności działającą na ten koralik.

Odp: $T=1,8\text{s}$, $F=0,0012\text{N}$

Zadanie 3

Dwaj motocykliści jadą po różnych łukach o promieniach $R_1=50\text{m}$ i $R_2=100\text{m}$.

- jadą z tą samą prędkością liniową $v=72\text{km/h}$
- jadą z tą samą prędkością kątową $\omega=0,5\text{ rad/s}$

Jakie są ich przyspieszenia dośrodkowe? Oblicz stosunek przyspieszeń w obu wypadkach i odpowiedz na pytanie, czy przyspieszenia te były wprost proporcjonalne, czy odwrotnie proporcjonalne do promienia łuku?

Odp: a) $a_1=8\text{m/s}^2$, $a_2=4\text{m/s}^2$, $a_2/a_1=0,5$.

Przy stałej wartości v , przyspieszenie jest odwrotnie proporcjonalne do promienia.

b) $a_1=12,5\text{m/s}^2$, $a_2=25\text{m/s}^2$, $a_2/a_1=2$.

Przy stałej wartości ω , przyspieszenie jest wprost proporcjonalne do promienia.

Zadanie 4

W jakiej największej odległości od osi obrotu może pozostać ciało w spoczynku względem tarczy obracającej się z prędkością kątową $\omega=20\text{ rad/s}$? Współczynnik tarcia statycznego ciała o tarczę $f=0,4$.

Odp: 1cm

Zadanie 5

Na zakręcie o promieniu $R=250\text{m}$ jezdnia jest pochylona do poziomu o kąt $\alpha=8^\circ$. Z jaką prędkością można przejechać ten odcinek drogi, aby samochód działał swymi kołami na jezdnię siłą prostopadłą do nawierzchni?

$\sin 8^\circ = 0,1392$	$\cos 8^\circ = 0,9903$	$\tan 8^\circ = 0,1405$	$\cotg 8^\circ = 7,1174$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------

Odp: 18,7m/s

Zadanie 6

Oblicz siłę jaką wywiera na jezdnię samochód o masie $m=800\text{kg}$ jadący z prędkością $v=72\text{km/h}$, w następujących przypadkach:

- jezdnia jest pozioma
- jezdnia jest wypukła, a promień krzywizny $R=200\text{ m}$, samochód właśnie podjeżdżał pod górkę i jest w najwyższym punkcie toru
- jezdnia jest wklęsła, a promień krzywizny $R=200\text{ m}$, samochód właśnie zjechał góry i jest w najniższym punkcie toru

Odp: a. 8000N, b. 6400N, c. 9600N

Zadanie 7

Na nici o długości $l=1\text{m}$ wisi kulka. Wprawiono ją w ruch obrotowy w płaszczyźnie poziomej tak, że odchyliła się od pionu o kąt $\alpha=45^\circ$. Jaka była prędkość kątowa kulki?

$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$	$\operatorname{ctg} 45^\circ = 1$
--------------------------------------	--------------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------

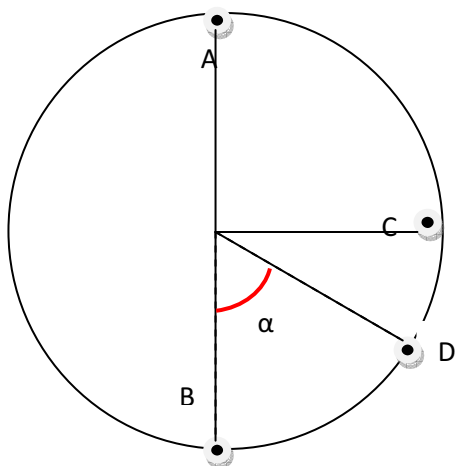
Odp: 3,78 rad/s

Zadanie 8

Ile minimalnie obrotów na minutę w płaszczyźnie pionowej należy wykonać wiaderkiem z wodą trzymanym w ręce, aby woda nie wylała się? Przyjąć długość ręki z wiaderkiem za $l = 1,2 \text{ m}$.

Odp: 27,6 obr/min

Zadanie 9

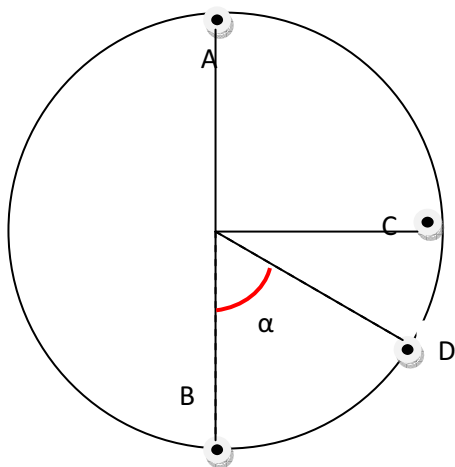


Na nici o długości $l = 1 \text{ m}$, dzięki napędowi wiruje kulka o masie $m = 100 \text{ g}$, w płaszczyźnie pionowej, ze stałą prędkością kątową $\omega = 5 \text{ rad/s}$. Obliczyć naciągi nici w punktach:

A – najwyższym
B – najniższym
C – środkowym
D – który tworzy z pionem kąt $\alpha = 60^\circ$

Odp: A – 1,5 N, B – 3,5 N, C – 2,5 N, D – 3 N

Zadanie 10



Na nici o długości $l = 1 \text{ m}$, wprawiona w ruch, ale bez napędu wiruje kulka o masie $m = 100 \text{ g}$, w płaszczyźnie pionowej. W punkcie C nie oddziałuje na kulkę siłą $F = 10 \text{ N}$. Zaznaczone punkty to:

A – najwyższy na torze
B – najniższy na torze
C – środkowy na torze
D – taki, że nić tworzy z pionem kąt $\alpha = 60^\circ$
Obliczyć:

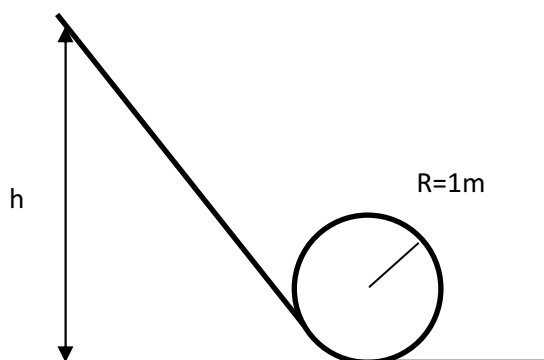
- prędkość kulki w punktach A, B, C i D
- siłę dośrodkową w punktach A, B, C i D
- siłę z jaką nić oddziałuje na kulkę w punktach A, B, C i D.

Pominąć wszelkie opory ruchu, a więc opór ośrodka i tarcie więzów.

Wskazówka: Kulka została wprawiona w ruch, ale już nie działa żaden napęd jak w zadaniu 9. Praktycznie wykonałaby ona kilkanaście obrotów i zaczęłaby wykonywać drgania gasnące. Jeśli jednak pominiemy opory ruchu, obowiązuje zasada zachowania energii mechanicznej, a ruch trwałby nieustannie.

Odpowiedzi	A	B	C	D
prędkość [m/s]	8,94	10,95	10,00	10,49
siła dośrodkowa [N]	8,00	12,00	10,00	11,00
siła naciągu nici [N]	7,00	13,00	10,00	11,50

Zadanie 11



Z jakiej minimalnej wysokości może się ześlizgnąć bez tarcia klocek, aby przebyć martwą pętlę?

Odp: $h=2,5R=2,5m$