

12 – RUCH OBROTOWY BRYŁY SZTYWNEJ – I

Przyspieszenie kątowe

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{t} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

ε – przyspieszenie kątowe [$\frac{rad}{s^2}$]

ω – prędkość kątowna

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

T – okres, $f = \frac{1}{T}$ – częstotliwość

$s = \alpha r$ droga = kąt x promień

$v = \omega r$ prędkość liniowa = prędkość kątowna x promień

$a = \varepsilon r$ przyspieszenie liniowe = przyspieszenie kątowne x promień

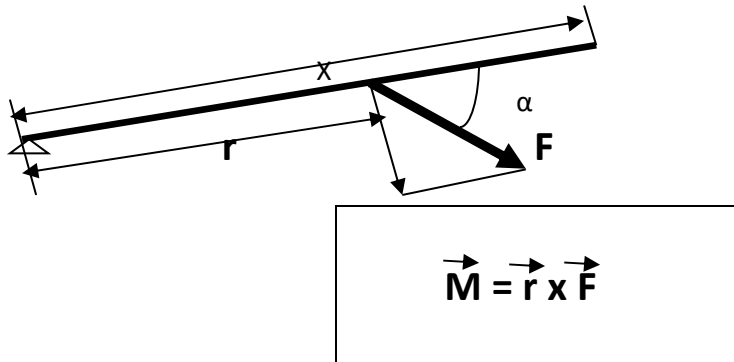
! Jest to przyspieszenie styczne i jest ono różne od zera tylko w ruchu zmiennym obrotowym.

Oprócz niego należy pamiętać, że w każdym ruchu obrotowym, nawet jednostajnym działa przyspieszenie dośrodkowe $a_d = \omega^2 r$

Przez podobieństwo łatwiej jest przyswoić sobie wzory:

ruch postępowy	ruch obrotowy
$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\alpha = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
$s = v_{sr} t = \frac{v_0 + v}{2} t$	$\alpha = \omega_{sr} t = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t$

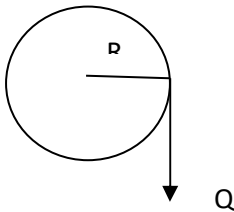
Moment siły



M – moment siły – jednostka [Nm] – niutonometr, ale nie dżul, choć ma ten sam wymiar

F – siła

r – ramię (odległość od osi obrotu do punktu przyłożenia siły)



Na błočku $M=QR=mgr$, a kąt $\alpha=90$

Moment bezwładności

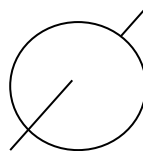
- punktu materialnego $I = mr^2$ masa punktu x kwadrat odległości od osi obrotu

- bryły sztywnej $I = \sum_{i=1}^n I_i$

Moment bezwładności bryły sztywnej zależy od masy bryły, jej rozmiarów ale też i kształtu i położenia osi obrotu.

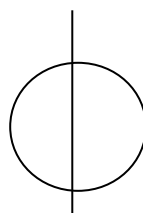
Moment bezwładności bloku obracającego się wokół osi prostopadłej do koła i przechodzącej przez środek

$$I = \frac{1}{2}mr^2$$



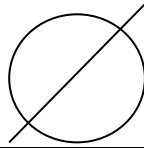
Moment bezwładności kuli obracającej się wokół średnicy

$$I = \frac{2}{5}mr^2$$



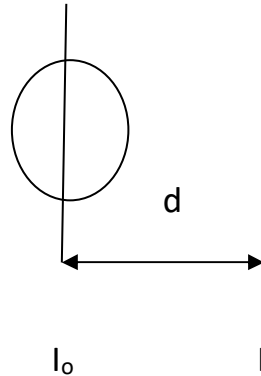
Moment bezwładności obręczy cienkościennej obracającej się wokół osi przechodzącej przez środek, prostopadłej do płaszczyzny koła

$$I = mr^2$$



Twierdzenie Steinera

$$I = I_o + md^2$$



II zasada dynamiki Newtona w ruchu obrotowym

$$\varepsilon = \frac{M}{I}$$

Energia kinetyczna w ruchu obrotowym

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$$

Moment pędu [kgm²/s]

$$b = I\omega$$

Zasada zachowania momentu pędu

Jeżeli na ciało lub układ ciał nie działa żaden moment siły lub wypadkowy moment siły jest równy zeru, to moment pędu tego ciała jest stały.

WZORY DLA RUCHU POSTĘPOWEGO I OBROTOWEGO

Są bardzo podobne. Oto odpowiedniki

ruch postępowy

ruch obrotowy

$s \longrightarrow \alpha$

droga – kąt

$v \longrightarrow \omega$

prędkość liniowa – kątowa

$a \longrightarrow \varepsilon$

przyspieszenie liniowe – kątowe

$F \longrightarrow M$

siła – moment siły

$m \longrightarrow I$

masa – moment bezwładności

$p \longrightarrow b$

pęd – moment pędu

	ruch postępowy	ruch obrotowy
prędkość (ruch jednostajny)	$v = \frac{s}{t}$	$\omega = \frac{\alpha}{t}$
droga (kąt) w ruchu jednostajnie-zmiennym	$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ $s = v_{sr} t = \frac{v_0 + v}{2} t$	$\alpha = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\alpha = \omega_{sr} t = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t$
przyspieszenie	$a = \frac{\Delta v}{t}$	$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{t}$
II zasada dynamiki	$a = \frac{F}{m}$	$\varepsilon = \frac{M}{I}$
energia kinetyczna	$E_k = \frac{mv^2}{2}$	$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$
praca	$W = Fs$	$W = M\alpha$
pęd / moment pędu	$p = mv$	$b = I\omega$

$$s = \alpha r$$

$$v = \omega r$$

$$a = \varepsilon r$$

Zadanie 1

Krążek o promieniu $r=10\text{cm}$ obraca się ruchem obrotowym jednostajnie przyspieszonym i po czasie $t=10\text{s}$ uzyskuje prędkość kątową $\omega=0,2\text{rad/s}$. Oblicz przyspieszenie liniowe punktów na obwodzie krążka. Po jakim czasie przyspieszenie dośrodkowe i styczne są sobie równe?

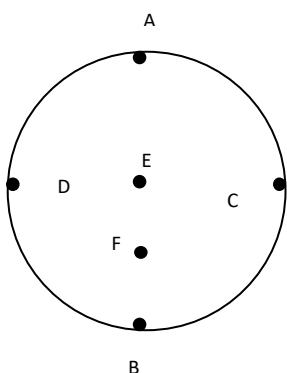
Odpowiedź: $a = 0,0045 \text{ m/s}^2$; $t_1 = 5 \text{ s}$.

Zadanie 2

Wirnik wentylatora wykonuje $f_0=1200 \text{ obr/min}$. Po wyłączeniu prądu zatrzymuje się on po czasie $t=2\text{min}$. Jakie jest przyspieszenie kątowe wirnika? Ile obrotów wykonał wirnik do chwili zatrzymania się? Wiedząc, że moment bezwładności wirnika $I=0,01 \text{ kgm}^2$ oblicz moment siły hamującej.

Odpowiedź: $\varepsilon = -1 \text{ rad/s}^2$; $n = 1200 \text{ obrotów}$; $M = -0,01 \text{ Nm}$

Zadanie 3

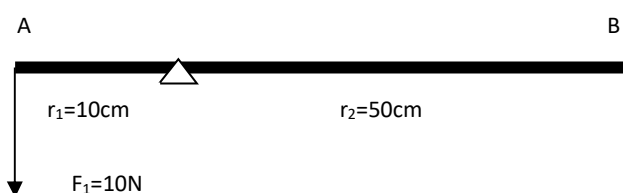


Po podłodze toczy się koło ze stałą prędkością kątową w prawo, wykonując $f = 2/\pi \text{ obr/s}$. Jakie są chwilowe wartości prędkości punktów A, B, C, D, E i F? Punkt E, to dokładnie środek koła, a punkt F znajduje się w połowie promienia koła, na linii łączącej punkty A, B i E

Promień koła $R=0,2\text{m}$.

Odpowiedź: $v_A = 1,6 \text{ m/s}$; $v_B = 0$; $v_C = 1,13 \text{ m/s}$; $v_D = 1,13 \text{ m/s}$; $v_E = 0,8 \text{ m/s}$; $v_F = 0,4 \text{ m/s}$

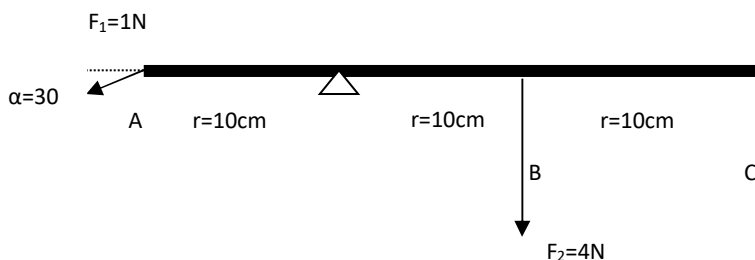
Zadanie 4



Jaką siłę należy przyłożyć prostopadle do ramienia w punkcie B, aby układ był w równowadze?

Odpowiedź: 2 N

Zadanie 5



Jaką siłę można przyłożyć w punkcie C, prostopadle do ramienia, aby układ był w równowadze?

Odpowiedź: $1,75 \text{ N}$

Zadanie 6



Belka podparta na środku o długości L składa się z dwóch części. Jej lewa część o długości równej połowie całej belki ma masę $m_L = 10 \text{ kg}$, a prawa część $m_P = 2 \text{ kg}$. Jaką masę należy położyć na końcu prawej części belki, aby belka była w równowadze? Rozkład masy belek jest jednorodny.

Odpowiedź: 4 kg

Zadanie 7



Szyna o masie m jest podparta w dwóch miejscach. Pierwsze jest odległe od lewego końca o jedną czwartą długości, drugie o jedną trzecią od prawego końca. Jakie są siły obciążenia belki w punktach podparcia?

Odpowiedź: Siła na lewą część – $0,4mg$, na prawą – $0,6 \text{ mg}$

Zadanie 8

Tyczka do konkurencji lekkoatletycznej – skok o tyczce ma długość $5,2 \text{ m}$ i masę $2,5 \text{ kg}$. Jest wykonana z włókna szklanego o jednorodnym rozkładzie masy. Tyczkarz rozpędzający się przed skokiem trzyma tyczkę poziomo. Prawa ręka jest przyłożona w odległości 10 cm , a lewa jeszcze 30 cm od prawej.

- a. Dorysuj wszystkie siły działające na tyczkę.



- b. Zaznacz symbolem x poprawne stwierdzenie o zwrotach momentów sił: ciężkości tyczki, siły lewej ręki i siły prawej ręki

moment siły względem punktu O (lewego krańca tyczki)	pionowo w dół	pionowo w górę	przed kartę	za kartę
siły ciężkości tyczki				
siły lewej ręki				
siły prawej ręki				

- c. Oblicz siły działające na tyczkę ze strony lewej ręki i prawej ręki. Przyjmij $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Odpowiedź: Siła lewej ręki to, siła prawej ręki $204,375 \text{ N}$ to $179,85 \text{ N}$

Zadanie 9

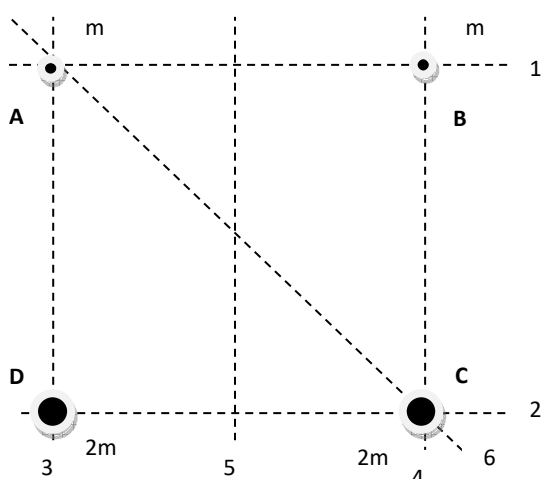
Na betonowej posadzce ustawiono 16-to szczeblową drewnianą drabinę o długości 5 m i masie 17,5 kg i oparto ją o pionowy mur, tak że dolny koniec drabiny znajdował się w odległości 1m od muru. Współczynnik tarcia drewna o beton wynosi 0,62, a drewna o lód 0,05.

Wykaż, że może wejść na drabinę na samą górę człowiek o masie 80 kg?

Czy byłoby to możliwe na lodzie?

Wskazówka: Masa człowieka jest skupiona w jego środku ciężkości i obliczeń dokonaj dla współrzędnej środka ciężkości.

Zadanie 10



Układ na rysunku obok składa się z czterech punktów materialnych umieszczonych w narożnikach kwadratu o boku $a=10\text{cm}$. Masy ich wynoszą m i $2m$, jak pokazuje rysunek, przy czym $m=100\text{g}$. Odległości punktów nie zmieniają się (możemy wyobrazić sobie, że połączone są nieważkimi prętami).

Oblicz momenty bezwładności układu wokół osi 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7. Oś 1-6 są przedstawione na rysunku i leżą w płaszczyźnie kartki. Oś nr 7 jest prostopadła do płaszczyzny kartki i przechodzi przez środek kwadratu.

Odpowiedzi: $I_1 = 0,004 \text{ kgm}^2$; $I_2 = 0,002 \text{ kgm}^2$; $I_3 = 0,003 \text{ kgm}^2$; $I_4 = 0,003 \text{ kgm}^2$; $I_5 = 0,0015 \text{ kgm}^2$; $I_6 = 0,0015 \text{ kgm}^2$; $I_7 = 0,003 \text{ kgm}^2$;

Zadanie 10

Oblicz moment bezwładności krążka i obręczy cienkościennej o masach 1 kg i promieniu 0,5m, jeśli oś obrotu przechodzi przez punkt skrajny na obwodzie i jest prostopadła do płaszczyzny koła. Jeśli osie przechodziłyby przez środki tych brył, to momenty bezwładności odpowiednio wyrażają się wzorami:

$$I_{\text{bloku}} = 0,5mr^2, \quad I_{\text{obróczy}} = mr^2$$

Odpowiedzi: bloku $1,5mr^2$; obręczy $2mr^2$

