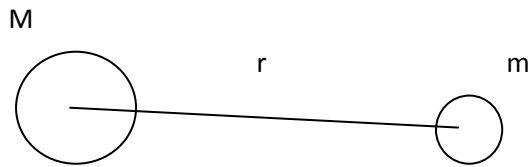


14 – POLE GRAWITACYJNE

Wzór Newtona



$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

G- stała grawitacji

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$$

Natężenie pola grawitacyjnego

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\gamma = \frac{GM}{r^2}$$

jednostka [N/kg]

Przyspieszenie grawitacyjne

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

jednostka [m/s²]

Praca w polu grawitacyjnym (przy przesuwaniu ciała ruchem jednostajnym)

$$W_{A \rightarrow B} = GMm \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Energia potencjalna grawitacji

$$E_p = W_{\infty \rightarrow r} = GMm \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right) = -\frac{GMm}{r}$$

Potencjał grawitacyjny

$$V = \frac{E_p}{m} = -\frac{GM}{r}$$

jednostka [J/kg]

Praca w polu grawitacyjnym (przy przesuwaniu ciała ruchem jednostajnym) – raz jeszcze, wyrażona przy pomocy E_p i V

$$W = \Delta E_p = m(V_B - V_A)$$

Jeśli ciało jest przesuwane ruchem zmiennym, to

$$W = \Delta E_p + \Delta E_k$$

Pierwsza prędkość kosmiczna (nadawana w kierunku stycznym, by ciało nie spadło lecz krążyło na orbicie)

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Druga prędkość kosmiczna (nadawana w kierunku radialnym (wzdłuż promienia), by ciało nie spadło lecz oddaliło się do nieskończoności)

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = v_1\sqrt{2}$$

Ciężar ciał a siła grawitacji

F_g – siła grawitacji,

F_o – siła odśrodkowa

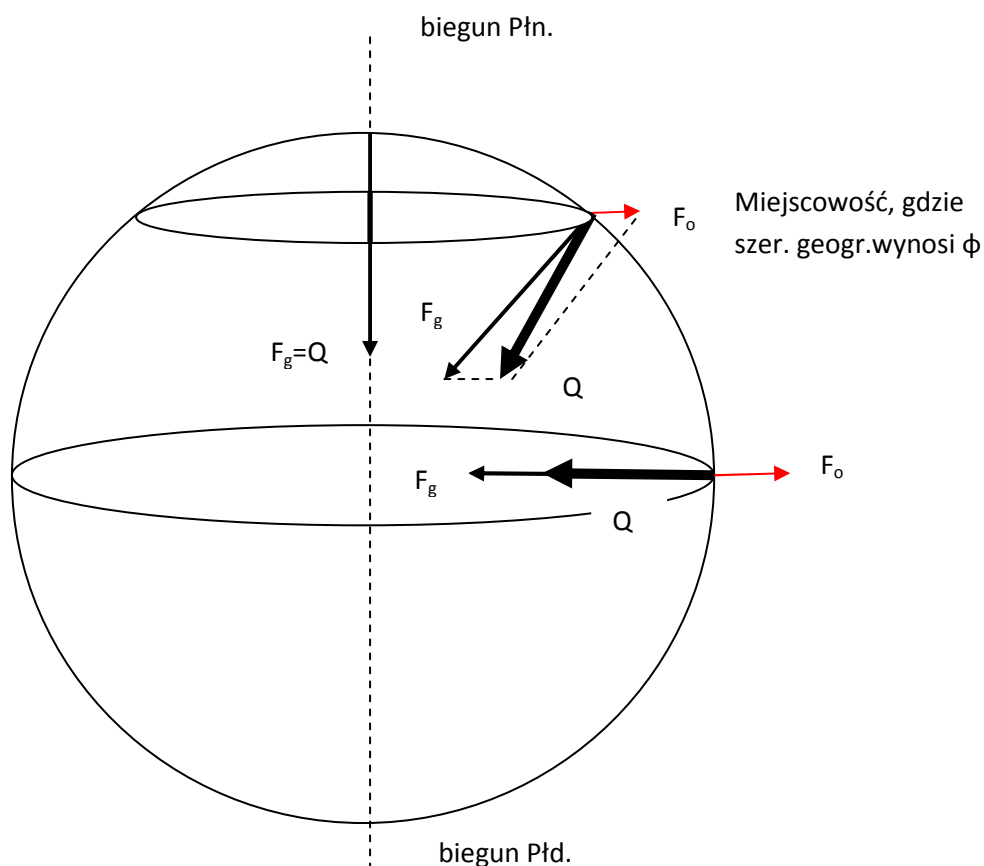
Q – ciężar

Na biegunie nie ma siły odśrodkowej, więc ciężar jest dokładnie równy sile grawitacji.

Na równiku

$$Q = F_g - F_o$$

Siła dośrodkowa



$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} = 4\pi^2 f^2 mr$$

Prawa Keplera

1. Planety krążą po orbitach eliptycznych. W środku jednego z ognisk elipsy jest Słońce
2. Prędkość połowa planet jest stała
3. $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$

ZADANIA

Zadanie 1

W narożnikach kwadratu o boku $a=10^6$ km znajdują się cztery jednakowe masy $M=10^{25}$ kg. Oblicz w punktach A, w środku kwadratu i B, w środku jednego z boków kwadratu jakie jest:

- a. natężenie pola ($\gamma_A=0$; $\gamma_B=9,5 \cdot 10^{-4}$ N/kg)
- b. potencjał ($V_A=-3,8 \cdot 10^6$ J/kg; $V_B=-3,9 \cdot 10^6$ J/kg)

Jeśli umieścić w tych punktach masę $m=10^{20}$ kg, to oblicz:

- a. siłę oddziaływania na masę m od czterech mas M w punktach A i B ($F_A=0$; $F_B=9,5 \cdot 10^{16}$ N)
- b. energię potencjalną w punktach A i B ($E_{pA}=-3,8 \cdot 10^{26}$ J; $E_{pB}=-3,9 \cdot 10^{26}$ J)
- c. pracę jaką wykonano przemieszczając ruchem jednostajnym masę m z punktu A do B ($W=-0,1 \cdot 10^{26}$ J = -10^{25} J)

Zadanie 2

Obliczyć pracę jaką należy wykonać, aby satelitę znajdującego się na powierzchni planety umieścić na stałe na orbicie okołoplanetarnej o promieniu $3R$, gdzie R oznacza promień planety. Masa satelity wynosi m , przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni planety wynosi g .

Odp: $5 mgr / 6$

Zadanie 3

Obliczyć pracę jaką należy wykonać, aby statek kosmiczny znajdujący się na wysokości $h_1=2R$ umieścić na stałe na orbicie okołoplanetarnej na wysokości $h_2=3R$, gdzie R oznacza promień planety. Masa statku wynosi m , przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni planety wynosi g .

Odp: $mgr / 24$

Zadanie 4

Dookoła pewnego ciała niebieskiego krąży po orbicie kołowej tuż przy jego powierzchni mały satelita. Obliczyć okres obiegu satelity zakładając, że stała grawitacji wynosi G . Przyjmujemy, że ciało niebieskie ma postać kuli i zbudowane jest z materii o stałej gęstości ρ . Wzór na objętość kuli:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{Odp: } T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

Zadanie 5

Sztuczny satelita krąży po orbicie kołowej w płaszczyźnie równika, w kierunku obrotu Ziemi tak, że dla obserwatora znajdującego się na Ziemi wydaje się nieruchomy (satelita stacjonarny). Oblicz wysokość położenia satelity nad powierzchnią Ziemi. Przyjmujemy, że Ziemia jest kulą o promieniu R . Przyspieszenia ziemskie na powierzchni Ziemi wynosi g . Długość doby wynosi T .

$$\text{Odp: } h = \sqrt[3]{\frac{gT^2R^2}{4\pi^2}} - R$$

Zadanie 6

Na równiku pewnej planety ciało waży o 1/10 mniej niż na biegunie. Gęstość planety jest równa ρ , a stała grawitacji G . Obliczyć okres obrotu planety dookoła osi, zakładając, że planeta jest jednorodną kulą.

$$\text{Odp: } T = \sqrt{\frac{30\pi}{G\rho}}$$

Zadanie 7

Częstotliwość wahań wahadła matematycznego na powierzchni Ziemi wynosi $f=0,5\text{Hz}$. Obliczyć częstotliwość tego wahadła na wysokości $h=R/2$. Przyjąć promień Ziemi $R=6400\text{km}$, $g=10\text{m/s}^2$.

$$\text{Odp: } 0,33\text{Hz}$$

Zadanie 8

Czas trwania doby na jednorodnej, kulistej planecie o gęstości ρ i promieniu R wynosi T . Oblicz na jakiej wysokości nad biegunem tej planety ciężar danego ciała będzie taki sam jak na równiku. Stała grawitacji wynosi G .

$$h = R\left(\sqrt{\frac{3\rho GT^2}{3\rho GT^2 - \pi}} - 1\right)$$

Zadanie 9

Gwiazda podwójna składa się z dwu gwiazd o masie $m=1,5 \cdot 10^{34}$ kg każda. Odległość między środkami mas tych gwiazd wynosi $r=5 \cdot 10^{11}$ m. Oblicz okres obiegu tych gwiazd wokół wspólnego środka masy. Stała grawitacji $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Odp: ok. 18 dób ziemskich

Zadanie 10

<http://www.voltwo.webd.pl/matura/fizyka/2008-rozszerzony.pdf> - strona 10 i dalsze

Zadanie 11

<http://www.voltwo.webd.pl/matura/fizyka/2007-rozrzerzony.pdf> od zadania 5.3 na str. 12

Zadanie12

<http://www.voltwo.webd.pl/matura/fizyka/2007-podstawowy.pdf> - zadanie 14-16 ze strony 5-6

Zadanie 13

<http://www.voltwo.webd.pl/matura/fizyka/2006-a1.pdf> - strona 8 zadanie 16 – Satelita

Zadanie 14

Zadanie z matury rozszerzonej 2005

<http://www.voltwo.webd.pl/matura/fizyka/2005-a2.pdf> - Syriusz zadanie 31.2 str. 8

Zadanie 15

<http://www.voltwo.webd.pl/matura/fizyka/2002-a2.pdf> - Zadanie 27.4. Oblicz okres obiegu Jowisza wokół Słońca str. 12

Zadanie 16

Masa Ziemi stanowi około 81 mas Księżyca. W jakiej odległości od Ziemi znajduje się punkt, w którym wypadkowa siła grawitacji wynosi zero?

Odp: W odległości około 0,9 odległości Księżyca od Ziemi, licząc od Ziemi, czyli 0,1 tej odległości, licząc od Księżyca.