

## 15 – HYDROSTATYKA

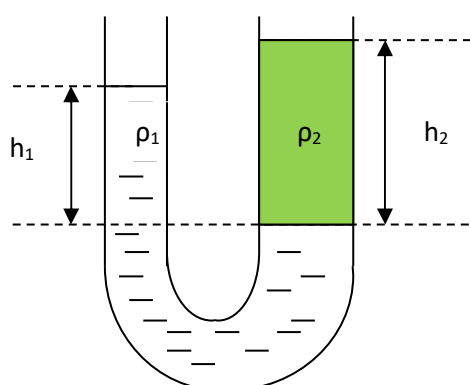
### Prawo Pascala

Ciśnienie zewnętrzne jest przenoszone we wszystkich kierunkach jednakowo.

### Ciśnienie hydrostatyczne

$$p = \rho gh$$

Warunek równowagi hydrostatycznej dwóch cieczy nie mieszających się



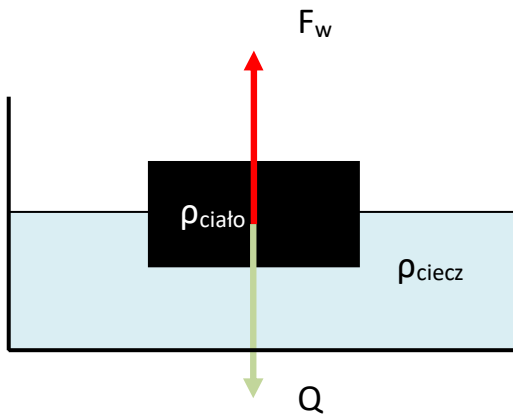
$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

### Prawo Archimedesesa

Na każde ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu, skierowana pionowo w górę, równa liczbowo ciężarowi wypartej cieczy.

$$F_w = \rho_{\text{cieczy}} g V$$

### Warunek pływania w częściowym zanurzeniu



$$F_w = Q$$

$$\rho_{\text{ciecz}} g V_{\text{zanurzone}} = \rho_{\text{ciało}} g V_{\text{całkowite}} \quad /: g$$

$$\rho_{\text{ciecz}} V_{\text{zanurzone}} = \rho_{\text{ciało}} V_{\text{całkowite}}$$

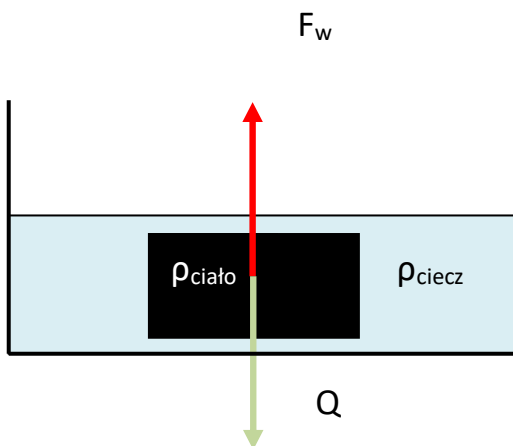
Ponieważ

$$V_{\text{zanurzone}} < V_{\text{całkowite}}$$

to

$$\rho_{\text{ciecz}} > \rho_{\text{ciało}}$$

### Warunek pływania w całkowitym zanurzeniu



$$F_w = Q$$

$$\rho_{\text{ciecz}} g V_{\text{zanurzone}} = \rho_{\text{ciało}} g V_{\text{całkowite}} \quad /: g$$

$$\rho_{\text{ciecz}} V_{\text{zanurzone}} = \rho_{\text{ciało}} V_{\text{całkowite}}$$

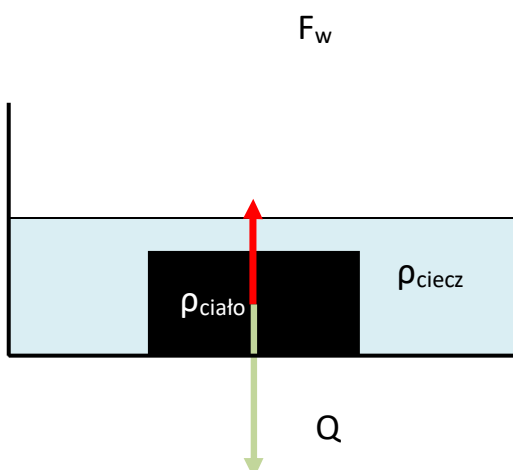
Ponieważ

$$V_{\text{zanurzone}} = V_{\text{całkowite}}$$

to

$$\rho_{\text{ciecz}} = \rho_{\text{ciało}}$$

### Warunek tonięcia



$$F_w < Q$$

$$\rho_{\text{ciecz}} g V_{\text{zanurzone}} < \rho_{\text{ciało}} g V_{\text{całkowite}} \quad /: g$$

$$\rho_{\text{ciecz}} V_{\text{zanurzone}} < \rho_{\text{ciało}} V_{\text{całkowite}}$$

Ponieważ

$$V_{\text{zanurzone}} = V_{\text{całkowite}}$$

to

$$\rho_{\text{ciecz}} < \rho_{\text{ciało}}$$

## ZADANIA

### Zadanie 1

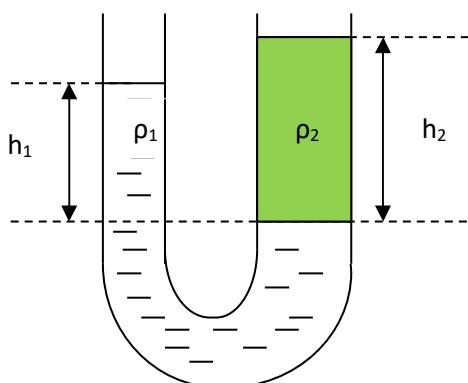
Przyjmij, że ciśnienie powietrza wynosi 1 atm. Oblicz jakie ciśnienie w atmosferach panuje na głębokościach

- 10 m pod wodą
- 100 m pod wodą
- na dnie Rowu Mariańskiego o głębokości około 11 km.

Przyjmij gęstość wody  $1000 \text{ kg/m}^3$  i przeliczenie  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$

Odp: a. 2 atm , b. 11 atm , c. ok. 1100 atm (dokładniej to 1101, bo 1 atm to ciśnienie atmosferyczne)

### Zadanie 2



Do U rurki przedstawionej na rysunku nalano nafty i wody o gęstościach odpowiednio  $\rho_w=1000 \text{ kg/m}^3$  i  $\rho_n=800 \text{ kg/m}^3$ . Gdzie na rysunku jest woda, a gdzie nafta? Jeśli wysokość słupka nafty wynosiła 5 cm, to ile wynosiła wysokość słupka wody?

Odp: 4 cm

### Zadanie 3

Jaka część kry lodowej znajduje się ponad powierzchnią wody? Gęstość lodu  $\rho_l=900 \text{ kg/m}^3$ , a wody  $\rho_w=1000 \text{ kg/m}^3$

Odp: 0,1

### Zadanie 4

Jaka musi być minimalna grubość kry lodowej o powierzchni  $S=5 \text{ m}^2$  aby uniosła ona człowieka o masie  $m=70 \text{ kg}$ . Gęstość lodu  $\rho_l=900 \text{ kg/m}^3$ , a wody  $\rho_w=1000 \text{ kg/m}^3$ .

Odp: 14 cm.

### Zadanie 5

Probówka obciążona śrutem o masie  $m=10\text{ g}$  i polu przekroju  $S=2\text{ cm}^2$  pływa w położeniu pionowym w wodzie ( $\rho_w=1000\text{ kg/m}^3$ ) zanurzona do pewnej kreski. Ile śrutu należy dosypać lub odsypać z probówki, aby pływała ona zanurzona do tej samej kreski

- w alkoholu –  $\rho_a=800\text{ kg/m}^3$
- w stężonym kwasie siarkowym –  $\rho_k=1600\text{ kg/m}^3$

*Odp: a. należy odsypać 2 g , b. należy dosypać 6 g.*

### Zadanie 6



Z probóweczki szklanej wykonano gęstościomierz. Jej przekrój przedstawiono na rysunku obok. Probówka jest obciążona, by utrzymywała pozycję pionową i jest w kształcie walca o wysokości  $l=7\text{ cm}$  i średnicy przekroju  $d=5\text{ mm}$ . W wodzie zanurza się do głębokości  $h=3\text{ cm}$ , czyli do narysowanej kreski.

Jaka jest masa probówki?

W jakiej odległości od kreski i gdzie, powyżej, czy poniżej należy wykonać kreski dla zanurzenia w cieczy o gęstości  $1500\text{ kg/m}^3$  i  $500\text{ kg/m}^3$ ?

Jaka jest gęstość cieczy, w której ta probóweczka wynurzy się o 2 mm ponad kreskę?

*Odp:  $m=0,588\text{ g}$ ,*

*Dla cieczy o gęstości  $1500\text{ kg/m}^3$  trzeba narysować kreskę poniżej tej narysowanej w odległości 1 cm, a dla cieczy o gęstości  $500\text{ kg/m}^3$ , powyżej narysowanej odległości 3 cm.*

*Gęstość tej cieczy to  $1071\text{ kg/m}^3$ .*

### Zadanie 7

Na wodzie kładziemy prostopadłościan drewniany o wymiarach  $10\times 10\times 5\text{ cm}$ . Ile centymetrów wysokości drewna wystaje ponad wodę? Jakiej grubości prostopadłościan ze stali o bokach  $10\times 10\text{ cm}$  należy dokleić do drewna, aby drewno zanurzyło się całkowicie.

Gęstości:

- wody –  $\rho_w=1000\text{ kg/m}^3$

- drewna –  $\rho_d=600\text{ kg/m}^3$

- stali –  $\rho_s=7500\text{ kg/m}^3$

*Odp: Wystaje 2 cm. Jeżeli stal będzie pod drewnem, to 0,3 cm, a jeśli nad, to 0,27 cm.*

### Zadanie 8

Na siłomierzu zawieszono bryłę i odczytano wskazanie, gdy była ona w powietrzu i w wodzie. Wskazania siłomierza były odpowiednio  $Q_p=1\text{ N}$  i  $Q_w=0,75\text{ N}$ . Jaka jest gęstość tej bryły? Gęstość wody  $\rho_w=1000\text{ kg/m}^3$ .

Odp:  $4000\text{ kg/m}^3$ .

### Zadanie 9

Zawsze inspirowało mnie zadanie na bazie opisywanego problemu udowodnienia przez Archimedesesa, że korona władcy Syrakuz nie była szczerozłota

<http://pl.wikipedia.org/wiki/Archimedes>

#### Legenda o odkryciu prawa wyporu

Władca Syrakuz, Hieron II, powziął podejrzenie, że złotnik, któremu powierzono wykonanie korony ze szczerego złota, sprzeniewierzył część otrzymanego na to kruszcu i w zamian dodał pewną ilość srebra. W celu rozwiania trapiących go wątpliwości zwrócił się do Archimedesesa z prośbą o ustalenie, jak sprawa ma się naprawdę. Prośbę swą Hieron II obwarował żądaniem, którego spełnienie przekreślało, wydawałoby się, możliwość uczynienia zadość życzeniu władcy. Otóż w żadnym wypadku Archimedes nie mógł zepsuć misternie wykonanej korony, istnego arcydzieła sztuki złotniczej.



Ilustracja z *The Comic History of Rome*, Londyn, 1850

Długo, aczkolwiek bezskutecznie, rozmyślał fizyk nad sposobem wyrwania z sytuacji. Pewnego razu Archimedes, zażywając kąpeli w wannie i nieustannie rozmyślając nad powierzonym mu zadaniem, zauważył, że poszczególne członki jego ciała są w wodzie znacznie lżejsze niż w powietrzu. Nasunęło mu to myśl, że istnieje określony stosunek między zmniejszeniem się ciężaru ciała zanurzonego, a ciężarem wypartego płynu (prawo Archimedesesa). Zachwycony prostotą własnego odkrycia wybiegł nago z wanny z radością krzycząc **Heureka ! Heureka!**, co znaczy po grecku Znalazłem! .

Stanąwszy przed obliczem Hierona, Archimedes łatwo wykazał fałszerstwo złotnika. Okazało się bowiem, że korona, niby szczerozłota, wyparła więcej cieczy, niż równa jej co do wagi bryła złota, co oznacza, że miała większą objętość, a więc mniejszą gęstość – nie była ze złota. Wbrew powszechnemu przekonaniu Archimedes nie zastosował jednak do tej korony swojego nowo odkrytego prawa – nie mierzył spadku jej ciężaru, lecz ilość wypartej wody.

Jak było, tak było. Nie wiem ile może ważyć korona królewska (choć starałem się tego dowiedzieć). Dlatego posłuchę się teraz zadaniem ze starego zbioru zadań – Stanisław, Górak, PWN Warszawa 1973, nieco zmodernizowanym.

**Dano Ci do ekspertyzy łańcuch, rzekomo ze szczerzego złota. Jest podejrzenie, że to nie jest czyste złoto, ale stop złota ze srebrem. Masz siłomierz, naczynie z wodą. Ważysz. Otrzymujesz wyniki:**

**ciężar łańcucha w powietrzu –  $Q_p = 0,48$  N, ciężar łańcucha w wodzie –  $Q_w = 0,45$  N.**

**Gęstości: złota –  $\rho_z = 19$  g/cm<sup>3</sup>, srebra –  $\rho_s = 10,5$  g/cm<sup>3</sup>, wody –  $\rho_w = 1$  g/cm<sup>3</sup>.**

### **A. Czy łańcuch jest szczerozłoty?**

*Odp. Nie jest szczerozłoty. Uzasadnienie: Podobnie jak w zadaniu 8 wyznaczyć można objętość i gęstość łańcucha*

$$V = \frac{Q_p - Q_w}{\rho_w g} = 3 \text{ cm}^3 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{\rho_w Q_p}{Q_p - Q_w} = 16000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

*Gdyby był, miałby gęstość złota.*

### **B. Wyznacz jaka jest masa złota i srebra w tym łańcuchu i skład procentowy.**

*Odp: Proponuję układ równań?*

$$(m_z + m_s)g = Q_p$$

$$\frac{m_z}{\rho_z} + \frac{m_s}{\rho_s} = V$$

$$\rho_w g V = Q_p - Q_w$$

*Po rozwiązaniu układu równań.*

$m_z = 36,7 \text{ g}$ ,  $m_s = 11,3 \text{ g}$ . Złota - 76,46 %, srebra 23,54 %

### **C. Jakie byłyby wskazania siłomierza dla łańcucha, gdyby był on szczerozłoty?**

*Odp: Objętość łańcucha powinna już wcześniej być obliczona i wynosi ona 3 cm<sup>3</sup>.*

*ciężar szczerozłotego łańcucha w powietrzu –  $Q_p = 0,57$  N,*

*ciężar szczerozłotego łańcucha w wodzie –  $Q_w = 0,54$  N.*

## **Zadanie 10**

Z jakim przyspieszeniem startowym będzie się wynurzać spod wody drewniana kulka? Jakim ruchem będzie się ona wynurzać. Gęstość wody wynosi  $\rho_w = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, a drewna  $\rho_d = 600$  kg/m<sup>3</sup>.

*Odp: ok. 6,67 m/s<sup>2</sup>. Będzie się wynurzać ruchem przyspieszonym z malejącą wartością przyspieszenia. Powodem jest siła oporu wody, w przybliżeniu proporcjonalna do szybkości kulki. Jeśli starczy głębokości, dojdzie do ruchu jednostajnego kulki.*

**Zadanie 11**

Boja metalowa jest wewnątrz pusta. Gęstość materiału wynosi  $\rho_m$ , a wody  $\rho_w$ . Oblicz stosunek promienia wewnętrznego do zewnętrznego boi, jeśli jest ona zanurzona do połowy.

$$\text{Odp: } \frac{r}{R} = \sqrt[3]{1 - \frac{\rho_w}{2\rho_m}}$$

**Zadanie 12**

Ciało jednorodne w kształcie sześcianu pływa na powierzchni rtęci tak, że zanurza się w niej 0,25 jego objętości. Jaka część sześcianu będzie zanurzona w rtęci, jeśli na powierzchnię rtęci nalejemy wody aż do całkowitego przykrycia pływającego sześcianu?

Gęstości wody i rtęci wynoszą odpowiednio  $\rho_w=1000 \text{ kg/m}^3$  i  $\rho_r=13600 \text{ kg/m}^3$ .

Odp: 0,19